

## উচ্চতর গণিত (সূজনশীল)

### একাদশ শ্রেণি

### দ্বিতীয় অধ্যায়

### ভেট্টর

1.  $A = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $B = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ ,  $C = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর।  
 ক. ভেট্টরগুলির সমানতার একটি ভেট্টর নির্ণয় কর।  
 খ. দেখাও যে ভেট্টর গুলো একটি সমকোণী ত্রিভুজ উৎপন্ন করে।  
 গ. প্রথম ভেট্টরটি অক্ষগুলির সাথে যে সকল কোণে আনত তা নির্ণয় কর।
  
2.  $A = \mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ,  $B = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $C = -\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 3\mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর।  
 ক. দুটি ভেট্টরের ডট গুন এবং ক্রস গুন ব্যাখ্যা কর।  
 খ. উদ্বীপকের ভেট্টরগুলির  $i, j, k$  এর সহগকে যথাক্রমে কলাম বরাবর নিয়ে গঠিত ম্যাট্রিক্স  $D$  হলে  $D^3 - 3D^2 - 5$  এর মান নির্ণয় কর।  
 গ. এমন একটি একক ভেট্টর নির্ণয় কর যা  $B$  ও  $C$  ভেট্টর দুটির ওপর লম্ব।
  
১.  $A = 3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $B = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ ,  $C = 2\mathbf{i} + \mathbf{j} - 4\mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর।  
 ক. দেখাও যে ভেট্টরগুলি একই সমতলে অবস্থিত।  
 খ.  $A$  ভেট্টরের বরাবর  $B$  ভেট্টরের উপাংশ  $D$  হলে  $C$  ভেট্টরের বরাবর  $D$  ভেট্টরের উপাংশ নির্ণয় কর।  
 গ. ভেট্টরগুলি যদি কোন ত্রিভুজের শীর্ষ হয় তবে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
২. ভেট্টর  $\Delta ABC$  এ  $BC, CA, AB$  বাহুর মধ্যবিন্দু যথাক্রমে  $D, E, F$   
 ক.  $A, B, C$  বিন্দুগুলির অবস্থান ভেট্টর যথাক্রমে  $a, b, c$ ।  $ABCD$  সামান্যরিকের  $D$  বিন্দুর অবস্থান ভেট্টর নির্ণয় কর।  
 খ. ভেট্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $AB^2 + AC^2 = 2(AD^2 + BD^2)$ ।  
 গ.  $\overrightarrow{AD} + \overrightarrow{BE} + \overrightarrow{CF} = 0$  প্রমাণ কর।
  
৩. ভেট্টর  $\Delta ABC$  এ  $\overrightarrow{AB} = \bar{c}$ ,  $\overrightarrow{BC} = \bar{a}$ ,  $\overrightarrow{CA} = \bar{b}$   
 ক. কোন শর্তে  $ai + bj + ck$  ভেট্টরটি  $Z$  অক্ষের ওপর লম্ব তা নির্ণয় কর।  
 খ. ভেট্টরের সাহায্যে প্রমাণ কর যে,  $\cos B = \frac{c^2 + a^2 - b^2}{2ca}$ ।  
 গ.  $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C}$  প্রমাণ কর।
৪.  $A = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ ,  $B = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - \mathbf{k}$ ,  $C = 3\mathbf{i} - \mathbf{j} + 2\mathbf{k}$  ভেট্টর তিনটি একটি ইটের ধার নির্দেশ করে।  
 ক.  $|A - B - C|$  নির্ণয় কর।  
 খ. ইটের আয়তন নির্ণয় কর।  
 গ. ইটের পৃষ্ঠাগুলির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর।
৫.  $A = 2\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$ ,  $B = -3\mathbf{i} + 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ ,  $C = \omega\mathbf{i} + 2\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর।  
 ক. মূলবিন্দু  $O$  এর সাপেক্ষে  $A(2, -1, 7)$ ;  $B(-4, 5, 0)$  হলে  $\overrightarrow{AB}$  নির্ণয় কর।  
 খ.  $A \cdot (B \times C) = 0$  হলে  $\omega$  এর মান নির্ণয় কর।  
 গ.  $A \times B$  এর উপর  $C$  এর উপাংশ নির্ণয় কর।

৬.  $A = 3\mathbf{i} + \mathbf{j} - 2\mathbf{k}$ ,  $B = 2\mathbf{i} - \mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $C = \mathbf{i} + 2\mathbf{j} - 2\mathbf{k}$  তিনটি ভেক্টর ।

ক.  $p(1,2,3)$  বিন্দুগামী এবং  $B$  ভেক্টরের সমান্তরাল সরলরেখার সমীকরণ নির্ণয় কর ।

খ.  $C$  ভেক্টরের দিক বরাবর  $A$  ও  $B$  এর লম্বাদির অংশক নির্ণয় কর ।

গ. দেখাও যে,  $B$  ও  $C$  এর মধ্যবর্তী কোণ  $\sin^{-1} \frac{5}{3\sqrt{3}}$

৭.  $A = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$ ,  $B = 4\mathbf{i} + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$  দুটি ভেক্টর ।

ক.  $m\mathbf{i} + 0.6\mathbf{j}$  একটি একক ভেক্টর হলে  $m$  এর মান নির্ণয় কর ।

খ.  $A$  ভেক্টরের দিক বরাবর  $B$  এর অংশক নির্ণয় কর ।

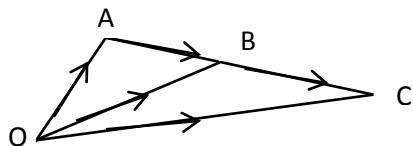
গ.  $(A + B)$  ও  $B$  ভেক্টর দুটির লম্ব একক ভেক্টর নির্ণয় কর ।

৮.  $A = 2\mathbf{i} - 3\mathbf{j} - 4\mathbf{k}$ ,  $B = 3\mathbf{j} + 4\mathbf{k}$  দুটি ভেক্টর ।

ক.  $p(4,-3,1)$  ও  $Q(2,-1,-2)$  এর সংযোগ রেখাকে  $R$  বিন্দু  $3:4$  অনুপাতে অঙ্গীকৃত করলে  $\overrightarrow{OR}$  নির্ণয় কর ।

খ.  $A + B$  ও  $A - 2B$  এর মধ্যবর্তী কোণ নির্ণয় কর ।

গ.  $A$  ও  $B$  ভেক্টর কোণ ত্রিভুজের সন্ধিহিত হলে ত্রিভুজটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।



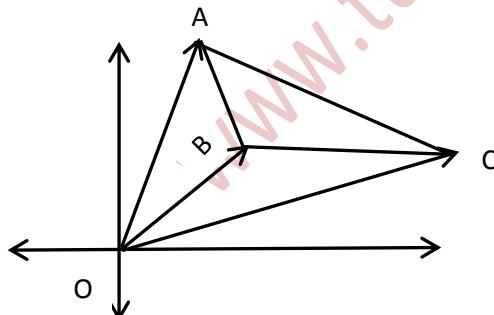
৯. চিত্রে  $O$  মূলবিন্দু  $A$  ও  $B$  বিন্দুর অবস্থান ভেক্টর যথাক্রমে  $(2,-2,1)$  ও  $(4,2,-3)$  আবার  $C$  বিন্দু  $AB$  রেখাকে  $3:1$  অনুপাতে বহির্বিভক্ত করে ।

ক.  $\overrightarrow{AB}$  এর মান নির্ণয় কর ।

খ.  $\angle AOB$  নির্ণয় কর ।

গ. দেখাও যে,  $\Delta OAC : \Delta OBC = 3:1$

12.



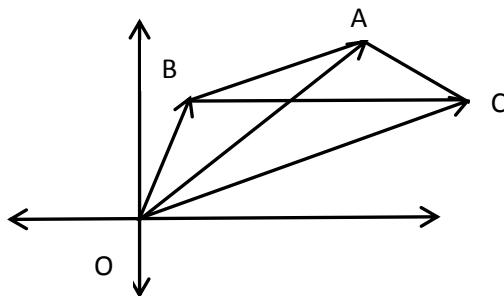
$A, B, C$  বিন্দুর স্থানাংক যথাক্রমে  $(1,-2,3), (2,1,-1), (3,-1,2)$

ক.  $(1,-2)$  এর পোলার স্থানাংক নির্ণয় কর ।

খ.  $ABC$  ত্রিভুজের বৃহত্তম কোণ নির্ণয় কর ।

গ.  $\overrightarrow{OA}$  ও  $\overrightarrow{OC}$  কোণ সামান্তরিকের দুটি সন্ধিহিত বাহু নির্দেশ করলে সামান্তরিকটির ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

13.



$$\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 4 + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

$$\overrightarrow{OC} = \mathbf{i} - \mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

ক.  $\overrightarrow{OA}$  এর উপর  $\overrightarrow{OB}$  এর লম্ব অভিক্ষেপ নির্ণয় কর ।

খ. ABC ত্রিভুজের ক্ষেত্রফল নির্ণয় কর ।

গ.  $\overrightarrow{BC}$  বরাবর  $\overrightarrow{BA}$  এর উপাংশ নির্ণয় কর ।

14. মূলবিন্দু O এর সাপেক্ষে A ও B বিন্দুর অবস্থান ভেট্টর যথাক্রমে

$$\overrightarrow{OA} = 2\mathbf{i} - 6\mathbf{j} - 3\mathbf{k}$$

$$\overrightarrow{OB} = 4 + 3\mathbf{j} - \mathbf{k}$$

P বিন্দুটি এমনভাবে অবস্থিত যেন  $\overrightarrow{AP} = y\overrightarrow{AB}$

ক. AB নির্ণয় কর ।

খ.  $\overrightarrow{OP} = (1 + 2y)\mathbf{i} + (2 + 2y)\mathbf{j} + (2 - 2y)\mathbf{k}$  প্রমান কর ।

গ.  $\cos \angle AOP = \cos \angle BOP$  হলে y এর মান নির্ণয় কর যাতে AOB কোণ OP দ্বারা সমদ্বিখণ্ডিত হয় ।

15.  $A=3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $B = \mathbf{i} - 3\mathbf{j} + 5\mathbf{k}$ ,  $C = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর ।

ক. ভেট্টরঅয়ের লম্বি ভেট্টরের সমান্তরাল একক ভেট্টর নির্ণয় কর ।

খ.  $\bar{A}$  ও  $\bar{B}$  ভেট্টর সমান্তরাল কিনা যাচাই কর ।

গ.  $\bar{C}$  ভেট্টরটি অক্ষত্রয়ের সাথে যে সকল কোণে আনত তা নির্ণয় কর ।

16.  $A=3\mathbf{i} - 2\mathbf{j} + \mathbf{k}$ ,  $B = \mathbf{i} - 2\mathbf{j} + 2\mathbf{k}$ ,  $C = \mathbf{i} + \mathbf{j} + \mathbf{k}$  তিনটি ভেট্টর ।

ক. অবস্থান ভেট্টর বলতে কী বুঝা? ।

খ.  $\bar{A} + 2\bar{C}$  ও  $2\bar{B} + \bar{C}$  ভেট্টর লম্ব কিনা যাচাই কর ।

গ.  $\bar{B}$  ভেট্টরটি অক্ষত্রয়ের সাথে যে সকল কোণে আনত তা নির্ণয় কর ।