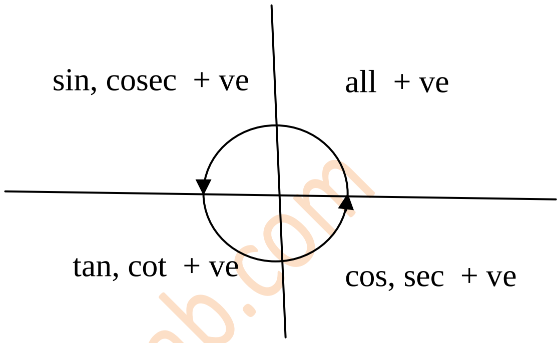
# উচ্চতর গণিত (সূত্রাবলী)
## একাদশ শ্রেণি
### অধ্যায়-৭ঃ সংযুক্ত ও যৌগিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত

# Chapter—7A

❖ ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের চিহ্ন ঃ

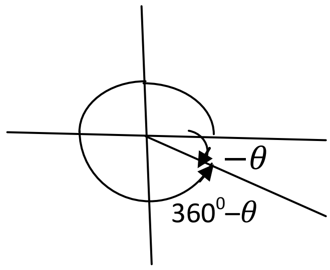



❖ সমপ্রান্তিক কোণ ঃ দুটি কোণের আদি রেখা ও প্রান্তরেখা একই হলে, তাদেরকে সমপ্রান্তিক কোণ বলে। সমপ্রান্তিক কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত সমান হবে। যেমনঃ

$sin(360° - \theta) = \sin(-\theta) = -sin\theta;$

$\cos(360° - \theta) = \cos(-\theta) = cos\theta;$

$tan(360° - \theta) = \tan(-\theta) = -tan\theta$




❖ $(-\theta)$ কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ঃ

$sin(-\theta) = -sin\theta;\ \cos(-\theta) = cos\theta;\ \tan(-\theta) = -tan\theta\ \ cosec(-\theta) = -cosec\theta;\ \sec(-\theta) = sec\theta;\ \cot(-\theta) = -cot\theta$

❖ সংযুক্ত কোণের ত্রিকোণমিতিক অনুপাত ও চিহ্ন পরিবর্তন ঃ

$90°$ এর গুণিতক বিজোড় হলে ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের পরিবর্তন হয়। ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের পরিবর্তন নিম্নরূপঃ

যেমন : $cos390°$

$= \cos(4 \times 90° + 30°) \ = \ cos30°$

এখানে $90°$এর গুণিতক জোড় তাই $cos$ এর পরিবর্তন হয়নি ।

$sin \longleftrightarrow cos$

$tan \longleftrightarrow cot$

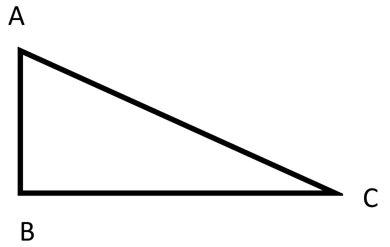
$sec \longleftrightarrow cosec$

যেমন : $cos438°$

$= \cos(5 \times 90° - 12°) \ = \ sin12°$

এখানে $90°$এর গুণিতক বিজোড় তাই $cos$ পরিবর্তিত হয়ে $sin$ হয়েছে।

- ❖ $\sin\theta = \frac{AB}{AC}$($\csc\theta$ হচ্ছে বিপরীত)
- ❖ $\cos\theta = \frac{BC}{AC}$ ($\sec\theta$  হচ্ছে বিপরীত)
- ❖ $\tan\theta = \frac{AB}{BC}$ ($\cot\theta$  হচ্ছে বিপরীত )




এখানে,AB = লম্ব
BC =  ভুমি
AC = আতিভুজ

***ত্রিকোণমিতিক অনুপাতের মান :

| | $0^0$ | $30^0$ | $45^0$ | $60^0$ | $90^0$ |
|---|---|---|---|---|---|
| sin | 0 | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | 1 |
| cos | 1 | $\frac{\sqrt{3}}{2}$ | $\frac{1}{\sqrt{2}}$ | $\frac{1}{2}$ | 0 |
| tan | 0 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 1 | $\sqrt{3}$ | $\infty$ |
| cot | $\infty$ | $\sqrt{3}$ | 1 | $\frac{1}{\sqrt{3}}$ | 0 |
| sec | 1 | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | $\sqrt{2}$ | 2 | $\infty$ |
| csc | $\infty$ | 2 | $\sqrt{2}$ | $\frac{2}{\sqrt{3}}$ | 1 |

***$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$*** $\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$***$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

# Chapter—7B

❖ প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী ঃ *** $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$ ***$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$***$\tan 45^0 = 1$

1. $\sin(A+B) = sinAcosB + cosAsinB$      2. $\sin(A-B) = sinAcosB - cosAsinB$

3. $\cos(A+B) = cosAcosB - sinAsinB$      4. $\cos(A-B) = cosAcosB + sinAsinB$

5. $\tan(A+B) = \frac{tanA+tanB}{1-tanAtanB}$      6. $\tan(A-B) = \frac{tanA-tanB}{1+tanAtanB}$

7. $\cot(A+B) = \frac{\cot A\cot B-1}{\cot B+\cot A}$      8. $\cot(A-B) = \frac{\cot A\cot B+1}{\cot B-\cot A}$

** 4ab = $(a+b)^2$ - $(a-b)^2$

**পিথাগোরাসের উপপাদ্য : অতিভুজ$^২$ = লম্ব$^২$ + ভুমি$^২$

# Chapter—7C

*** ত্রিকোণমিতিতে দুটি সাইন অথবা দুটি কোসাইন অথবা একটি সাইন একটি কোসাইন গুণ আকারে থাকলে ২ দ্বারা গুণ এবং ২দ্বারা ভাগ করতে হয় ।***

*** $\tan\theta = \frac{\sin\theta}{\cos\theta}$

❖ $\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - tan^3\theta}{1-3tan^2\theta}$

❖ গুণ হতে যোগে রূপান্তরের সূত্রাবলী ঃ

1. $2\text{sinAcosB} = \sin(A+B) + \sin(A-B)$
2. $2\text{cosAsinB} = \sin(A+B) - \sin(A-B)$
3. $2\text{cosAcosB} = \cos(A+B) + \cos(A-B)$
4. $2\text{sinAsinB} = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

❖ যোগ হতে গুণে রূপান্তরের সূত্রাবলীঃ

1. $sin\,C + sin\,D = 2sin\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2}$
2. $sin\,C - sin\,D = 2cos\frac{C+D}{2}sin\frac{C-D}{2}$
3. $cosC + cosD = 2cos\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2}$
4. $cosC - cosD = 2sin\frac{C+D}{2}sin\frac{D-C}{2}$



# Chapter—7D

❖ গুণিতক কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক সূত্রাবলী ঃ

1. $\sin 2A = 2\text{sinAcosA}$
2. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$
3. $2\cos^2 A = 1 + \cos 2A$
4. $2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$
5. $\tan 2A = \frac{2\tan A}{1-\tan^2 A}$
6. $\sin 2A = \frac{2tanA}{1+tan^2A}$
7. $\cos 2A = \frac{1-\tan^2 A}{1+\tan^2 A}$

❖ **গুণিতক কোণের জন্য ত্রিকোণমিতিক সূত্রাবলী ঃ (বিশেষ ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়)**

$*\ \mathbf{4\sin^3 A = 3\sin A - \sin 3A}$ $\quad *\ \mathbf{\sin 3A = 3\sin A - 4\sin^3 A}$

$* \ \mathbf{4cos^3A = 3cosA + cos3A}$ $\qquad$ $* \ \mathbf{cos3A = 4cos^3A - 3cosA}$

# Chapter—7E

- $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$
- $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$
- $2\cos^2\frac{A}{2} = 1 + \cos A$
- $2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A$

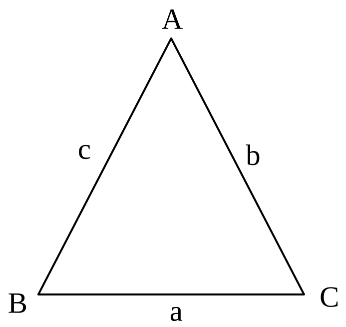
# Chapter—7G

প্রয়োজনীয় সূত্রাবলী ঃ

❖ ত্রিভূজের সাইন সূত্র ঃ $\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$

❖ ত্রিভূজের কোসাইন সূত্র ঃ $cosA = \frac{b^2+c^2-a^2}{2bc}$ ; $cosB = \frac{c^2+a^2-b^2}{2ca}$ ; $cosC = \frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

❖ $\Delta ABC$ ত্রিভূজের অন্যান্য সূত্র ঃ **(বিশেষ ক্ষেত্রে ব্যবহৃত হয়)**




$(i)\ a = b\ cosC + c\ cosB$

$(ii)\ b = c\ cosA + a\ cosC$

$(iii)\ c = a\ cosB + b\ cosA$



❖ ত্রিভূজের ক্ষেত্রফলের সূত্র ঃ

1. $\Delta ABC = \sqrt{s(s-a)(s-b)(s-c)}$ **(ত্রিভুজের তিনবাহুর দৈর্ঘ্য দেয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে ।)**
2. অর্ধপরিসীমা $s = \frac{a+b+c}{2}$
3. $\Delta ABC = \frac{1}{2}bc\ sinA = \frac{1}{2}ca\ sinB = \frac{1}{2}ab\ sinC$ **(ত্রিভুজের দুটি সন্নিহিত বাহু এবং কোণ দেয়া থাকলে ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের জন্য এই সূত্র ব্যবহার করতে হবে ।)**

❖ $\boldsymbol{ABC}$ যে কোন ত্রিভূজে

1. $\sin(B + C)\sin(B - C) = \sin^2 B - \sin^2 C$
2. $\sin(C + A)\sin(C - A) = \sin^2 C - \sin^2 A$
3. $\sin(A + B)\sin(A - B) = \sin^2 A - \sin^2 B$