দশম অধ্যায়(একাদশ শ্রেণি)

যোগজীকরণ

10A

যোগজীকরণ ক্যালকুলাসের দুইটি প্রধান অংশের একটি। আক্ষরিক অর্থে যোগজীকরণ অর্থ অসংখ্য অতি ক্ষুদ্র ক্ষেত্রফলের সমষ্টি।

গণিতিক ভাষায়, যোগজ এমন একটি প্রক্রিয়া যা একটি সংখ্যাকে কোনো ফাংশনের সাথে এমনভাবে সম্পৃক্ত করে যেন তা ক্ষেত্রফল, আয়তন, সরণ ইত্যাদি ব্যাখ্যা বা বর্ণনা করতে পারে।

$\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$, (n$\neq -1$)	$\int \frac{1}{x} dx = In$ x , $(x \neq 0)$
$\int e^{mx} dx = \frac{e^{mx}}{m}$	$\int a^x dx = \frac{a^x}{In\ a}$, a>0, a $\neq 1$
$\int \cos x\, dx = \sin x$	$\int \sin x\, dx = -\cos x$
$\int sec^2 x\, dx = \tan x$	$\int cosec^2 x\, dx = -\cot x$
$\int \sec x \tan x\, dx = \sec x$	$\int \operatorname{cosec} x \cot\ x\, dx = -cosec\ x$
$\int tanx\, dx = \ln(secx)$	$\int cotx\, dx = \ln(cosecx)$
$\int dx = x$	$\int c\, dx = cx$
$\int \frac{1}{\sqrt{x}} dx = 2\sqrt{x}$	

প্রয়োজনীয় ত্রিকোণমিতিক সূত্রাবলী :

$\sin^2\theta + \cos^2\theta = 1$ $\csc^2\theta - \cot^2\theta = 1$***$\sec^2\theta - \tan^2\theta = 1$

আরো গুরুত্বপূর্ণঃ

1. sin2A = 2sinAcosA
2. $\cos 2A = \cos^2 A - \sin^2 A$

3. $2\cos^2 A = 1 + \cos 2A$
4. $2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$
5. $\sin A = 2\sin\frac{A}{2}\cos\frac{A}{2}$
6. $\cos A = \cos^2\frac{A}{2} - \sin^2\frac{A}{2}$
7. $2\cos^2\frac{A}{2} = 1 + \cos A$
8. $2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A$

10B

অন্তরীকরনের সূত্রাবলী:

- $\frac{d}{dx}(x^n) = nx^{n-1}$
- $\frac{d}{dx}(x^2) = 2x$
- $\frac{d}{dx}(c) = 0$
- $\frac{d}{dx}(e^x) = e^x$
- $\frac{d}{dx}(e^{-x}) = -\,e^x$
- $\frac{d}{dx}(a^x) = a^x \ln a$
- $\frac{d}{dx}(cosx) = -sinx$
- $\frac{d}{dx}(sinx) = \cos x$
- $\frac{d}{dx}(secx) = secx\ tanx$
- $\frac{d}{dx}(cosecx) = -cosecx\ cotx$
- $\frac{d}{dx}(tanx) = sec^2x$
- $\frac{d}{dx}(cotx) = -cosec^2x$
- $\frac{d}{dx}(cos2x) = -2sin2x$
- $\frac{d}{dx}(lnx) = \frac{1}{x}$
- $\frac{d}{dx}(log_a x) = = \frac{1}{x}\ log_a e$
- $\frac{d}{dx}(x) = 1$

- $2\cos^2 A = 1 + \cos 2A$
- $2\sin^2 A = 1 - \cos 2A$
- $2\cos^2\frac{A}{2} = 1 + \cos A$
- $2\sin^2\frac{A}{2} = 1 - \cos A$
- $\sin 2A = 2\sin A\cos A$

ত্রিকোণমিতিক সূত্রাবলী :

1. $\sin(A+B) = sinAcosB + cosAsinB$
2. $\sin(A-B) = sinAcosB - cosAsinB$
3. $\cos(A+B) = cosAcosB - sinAsinB$
4. $\cos(A-B) = cosAcosB + sinAsinB$

❖ গুণ হতে যোগে রূপান্তরের সূত্রাবলী ঃ

1. $2\sin A\cos B = \sin(A+B) + \sin(A-B)$

2. $2\cos A\sin B = \sin(A+B) - \sin(A-B)$

3. $2\cos A\cos B = \cos(A+B) + \cos(A-B)$

4. $2\sin A\sin B = \cos(A-B) - \cos(A+B)$

❖ $\tan 3\theta = \frac{3\tan\theta - tan^3\theta}{1-3tan^2\theta}$

❖ যোগ হতে গুণে রূপান্তরের সূত্রাবলীঃ

1. $sin\, C + sin\, D = 2sin\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2}$

2. $sin\, C - sin\, D = 2cos\frac{C+D}{2}sin\frac{C-D}{2}$

3. $cosC + cosD = 2cos\frac{C+D}{2}cos\frac{C-D}{2}$

4. $cosC - cosD = 2sin\frac{C+D}{2}sin\frac{D-C}{2}$

সমাকলনের বিশেষ সূত্রঃ 1. $\int\frac{f'(x)}{f(x)}dx = \ln(f(x))$

অর্থাৎ,হরের অন্তরীকরণ লবে থাকলে সমাকলন = ln(হর)

2. $\int\frac{f'(x)}{\sqrt{f(x)}}dx = 2\sqrt{f(x)}$

অর্থাৎ, হরের বর্গমূলের ভেতরের রাশির অন্তরীকরণ লবে থাকলে এই সূত্র প্রযোজ্য ।

3. $\int f'(x)(f(x))^n dx = \frac{(f(x))^{n+1}}{n+1}$

অর্থাৎ, মূল ফাংশনের অন্তরীকরণ পাশে গুণ আকারে থাকলে এই সূত্র প্রযোজ্য ।

<u>10C</u>

(i) $\int\frac{dx}{a^2+x^2} = \frac{1}{a}\tan^{-1}\frac{x}{a} =$

(ii) $\int\frac{dx}{a^2-x^2} = \frac{1}{2a}\log\frac{a+x}{a-x}(a > x)$

(iii) $\int\frac{dx}{x^2-a^2} = \frac{1}{2a}\log\frac{x-a}{x+a}(x > a)$

(iv) $\int \frac{dx}{\sqrt{a^2-x^2}} = sin^{-1}\frac{x}{a}$

(v) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2+a^2}} = \ln(x+\sqrt{x^2+a^2})$

(vi) $\int \frac{dx}{\sqrt{x^2-a^2}} = \ln(x+\sqrt{x^2-a^2})$

অনুসিদ্ধান্ত : $\int \frac{dx}{\sqrt{1-x^2}} = sin^{-1}x$

সমাকলনের বিশেষ সূত্র: (i) $\int \sqrt{a^2-x^2}dx = \frac{x\sqrt{a^2-x^2}}{2} + \frac{a^2}{2}sin^{-1}\frac{x}{a}$

10D

দুটি ফাংশন গুণ আকারে থাকলে :

** $\int(uv)dx = u\int v\ dx - \int\left\{\frac{du}{dx}\int v\ dx\right\}dx$

*** যোগজীকরণযোগ্য দুইটি ফাংশন গুণফল অবস্থায় থাকলে আমরা কোনটিকে u এবং কোনটিকে v ধরবো ?

তা নির্ধারণের জন্য একটি ধারা (LIATE) নিম্নে দেওয়া হলো। প্রদত্ত যোগজে উক্ত ধারার যেটি আগে আসবে সেটি u এবং পরেরটি v :

L = Logarithmic function(lnx , logx)

I = Inverse function(sin^{-1}x)

A = Algebraic function (x, x^2)

T = Trigonometric function(sinx,cosx)

E = Exponential function($e^x, a^x, 3^x$)

সমাকলনের বিশেষ সূত্র: (i) $\int e^x\{f(x)+f'(x)\}dx = e^xf(x)$

(ii) $\int e^{ax}\{af(x)+f'(x)\}dx = e^{ax}f(x)$

(iii) $\int e^{ax}sinbx\ dx = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}e^{ax}(asinbx - bcosbx)$

(iv) $\int e^{ax}cosbx\ dx = \frac{1}{\sqrt{a^2+b^2}}e^{ax}(a\ cosbx + b\ sinbx)$

10G

** y= f(x), x=a, x=b এবং x- অক্ষ এর চতুর্দিকে একবার ঘুরে যে ঘনবস্তু তৈরি করে তার

আয়তন = $\pi \int_a^b y^2 dx$

** দুইটি বক্ররেখা ও দুইটি নির্দিষ্ট কোটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: $= \int_a^b (y_1 - y_2) dx$

** একটি বক্ররেখা ও দুইটি নির্দিষ্ট কোটি দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: $= \int_a^b y\, dx$

** $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1$;(a>b) বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: $= 4\int_0^a y\, dx$

** $x^2 + y^2 = a^2$ বক্ররেখা দ্বারা আবদ্ধ ক্ষেত্রের ক্ষেত্রফল: $= 4\int_0^a y\, dx$