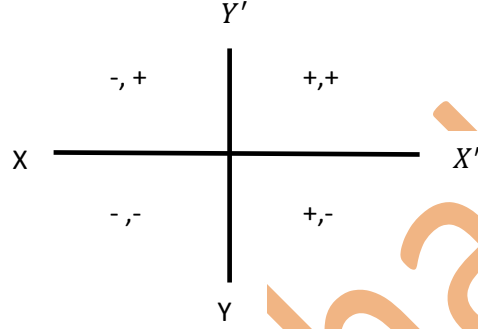


উচ্চতর গণিত (সূত্রাবলী)  
একাদশ শ্রেণি  
অধ্যায় -৩(সরলরেখা)  
অনুশীলনী-(3A)

❖ আয়তাকার কার্তেসীয় স্থানাংক :



❖ কার্তেসীয় স্থানাংক (x,y) এবং পোলার স্থানাংক (r, θ) এর মধ্যে সম্পর্ক: (1)  $x = r\cos\theta, y = r\sin\theta$

$$(2) r = \sqrt{x^2 + y^2}, \theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$$

▪ [নোট: পোলার স্থানাংকে r কে ব্যাসার্ধ ভেক্টর এবং θ কে ভেক্টর কোণ বলা হয়।]

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (-x,y) হলে অর্থাৎ, বিন্দুর অবস্থান ২য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে  $\theta = \pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (-x,-y) হলে অর্থাৎ, বিন্দুর অবস্থান ৩য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে  $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} - \pi$  অথবা,  $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x} + \pi$

✓ কার্তেসীয় স্থানাংক (x,-y) হলে অর্থাৎ, বিন্দুর অবস্থান ৪য় চতুর্ভাগে অবস্থিত হলে  $\theta = 2\pi - \tan^{-1} \frac{y}{x}$  অথবা,  $\theta = \tan^{-1} \frac{y}{x}$

❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

❖ x অক্ষের উপর y এর স্থানাংক ০

❖ y অক্ষের উপর x এর স্থানাংক ০

❖ y অক্ষ হতে একটি বিন্দুর দূরত্ব ঐ বিন্দুর ভূজের সমান।

❖ যেমন, y অক্ষ হতে (3,2) বিন্দুর দূরত্ব 3

❖ x অক্ষ হতে একটি বিন্দুর দূরত্ব ঐ বিন্দুর কোটির সমান।

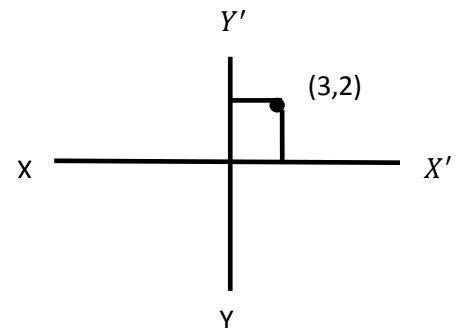
❖ যেমন, x অক্ষ হতে (3,2) বিন্দুর দূরত্ব 2

❖ মূল বিন্দুর স্থানাংক (০,০)

❖ x অক্ষের স্থানাংককে ভূজ বলা হয়।

❖ যেমন, (3,2) বিন্দুর ভূজ 3

❖ y অক্ষের স্থানাংককে কোটি বলা হয়।



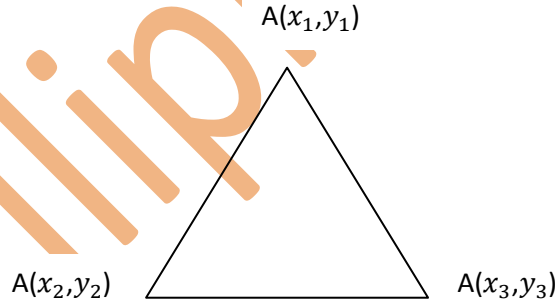
- ❖ যেমন, (3,2) বিন্দুর কোটি 2

## অনুশীলনী-(3B)

$(x_1, y_1)$  \_\_\_\_\_  $(x_2, y_2)$

- ❖ একটি রেখার অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2})$
- ❖ একটি রেখার বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}, \frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2})$
- ❖ একটি রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$
- ❖ একটি ত্রিভুজের ভর কেন্দ্রের স্থানাংক  $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$
- ❖ রম্বসের ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \times$  কর্ণদ্বয়ের গুণফল

## অনুশীলনী-(3C)



- ❖  $\Delta ABC$  এর ক্ষেত্রফল =  $\frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix}$

- ❖ A,B,C তিনটি বিন্দু একই সরল রেখায় অবস্থিত হলে ক্ষেত্রফল শূন্য হবে, অর্থাৎ  $\begin{vmatrix} x_1 & y_1 & 1 \\ x_2 & y_2 & 1 \\ x_3 & y_3 & 1 \end{vmatrix} = 0$  হবে

- ❖ ক্ষেত্রফল নির্ণয়ের অন্য একটি নিয়ম : (Shoelace Formula )

$$\Delta ABC \text{ এর ক্ষেত্রফল} = \frac{1}{2} \begin{vmatrix} x_1 & x_2 & x_3 & x_1 \\ y_1 & y_2 & y_3 & y_1 \end{vmatrix}$$

$$= \frac{1}{2} (x_1y_2 + x_2y_3 + x_3y_1 - y_1x_2 - y_1x_3 - y_3x_1)$$

$(x_1, y_1)$  \_\_\_\_\_  $(x_2, y_2)$

- ❖ একটি রেখার অন্তর্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{m_1x_2+m_2x_1}{m_1+m_2}, \frac{m_1y_2+m_2y_1}{m_1+m_2})$
- ❖ একটি রেখার বহির্বিভক্ত বিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{m_1x_2-m_2x_1}{m_1-m_2}, \frac{m_1y_2-m_2y_1}{m_1-m_2})$
- ❖ একটি রেখার মধ্যবিন্দুর স্থানাংক  $(\frac{x_1+x_2}{2}, \frac{y_1+y_2}{2})$
- ❖ একটি ত্রিভুজের ভর কেন্দ্রের স্থানাংক  $(\frac{x_1+x_2+x_3}{3}, \frac{y_1+y_2+y_3}{3})$
- ❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

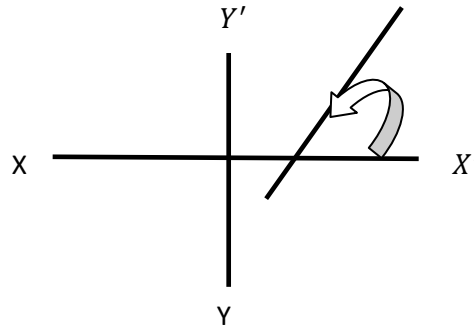
### অনুশীলনী-(3D)

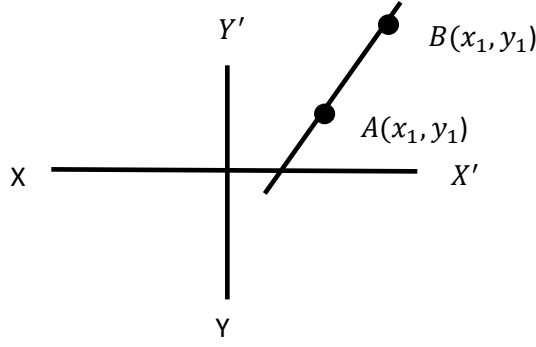
$(x_1, y_1)$  ● \_\_\_\_\_ ●  $(x_2, y_2)$

- ❖ দুটি বিন্দুর মধ্যবর্তী দূরত্ব  $d = \sqrt{(x_1 - x_2)^2 + ((y_1 - y_2))^2}$

### অনুশীলনী-(3E)

- ❖ ঢাল: কোন সরল রেখা X অক্ষের ধনাত্মক দিকের সাথে যে কোণ উৎপন্ন তার ত্রিকোণমিতিক tangent কে ঐ সরল রেখার ঢাল বলে। ঢাল কে m দ্বারা প্রকাশ করা হয়।  $m = \tan\theta$





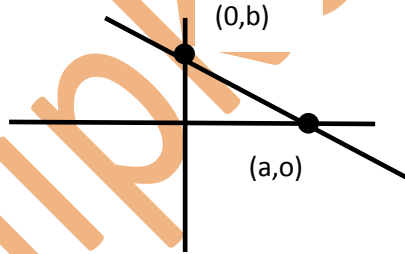
❖ AB রেখার ঢাল  $m = \frac{y_1 - y_2}{x_1 - x_2}$

❖ এক বিন্দুগামী এবং m ঢাল বিশিষ্ট রেখার সমীকরণ  $y - y_1 = m(x - x_1)$

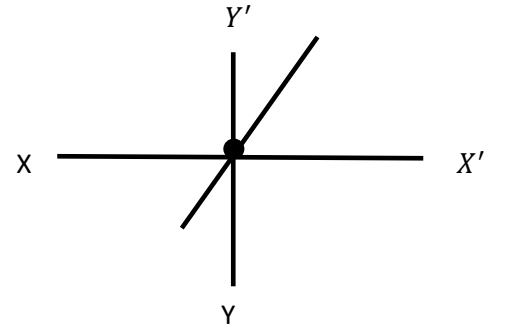
❖ দুই বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ  $\frac{x - x_1}{x_1 - x_2} = \frac{y - y_1}{y_1 - y_2}$



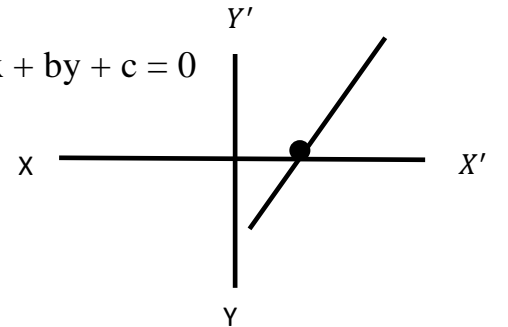
❖ উভয় অক্ষকে ছেদকারী রেখার সমীকরণ :  $\frac{x}{a} + \frac{y}{b} = 1$  যেখানে x অক্ষের স্থানাংক (a,0) এবং y অক্ষের স্থানাংক (0,b)



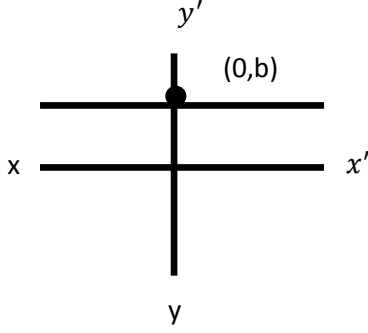
❖ মূল বিন্দুগামী রেখার সমীকরণ  $y = mx$



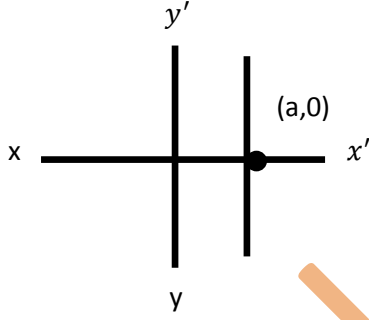
❖ যে কোন সরল রেখার সমীকরণ  $y = mx + c$  অথবা,  $ax + by + c = 0$



- ❖ x অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ  $y = b$  যেখানে y অক্ষের স্থানাংক (0,b)

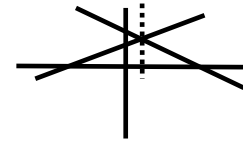


- ❖ y অক্ষের সমান্তরাল রেখার সমীকরণ  $x = a$  যেখানে x অক্ষের স্থানাংক (a,0)



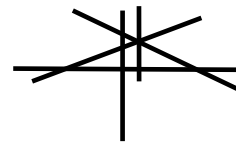
### অনুশীলনী-(3F)

- ❖ দুইটি সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণ  $\theta = \pm \tan^{-1} \frac{m_1 - m_2}{1 + m_1 m_2}$
- ❖ দুইটি সরল রেখা পরস্পর সমান্তরাল হওয়ার শর্ত ,  $m_1 = m_2$
- ❖ দুইটি সরল রেখা পরস্পর লম্ব হওয়ার শর্ত  $m_1 \times m_2 = -1$
- ❖  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ও  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  সরলরেখার ছেদবিন্দুগামী সরলরেখার সমীকরণ  $a_1x + b_1y + c_1 + k(a_2x + b_2y + c_2) = 0$



- ❖ তিনটি সরল রেখা  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ,  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  ,  $a_3x + b_3y + c_3 = 0$

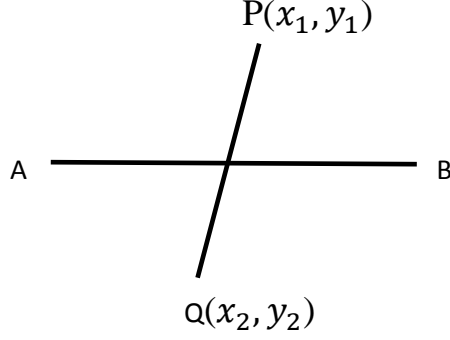
0সমবিন্দু হওয়ার শর্ত :  $\begin{vmatrix} a_1 & b_1 & c_1 \\ a_2 & b_2 & c_2 \\ a_3 & b_3 & c_3 \end{vmatrix} = 0$



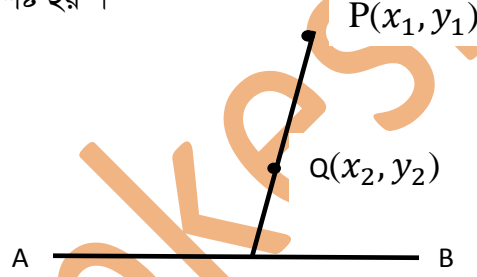
- ❖  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  রেখার লম্ব রেখার সমীকরণ :  $b_1x - a_1y + k = 0$
- ❖  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  রেখার সমান্তরাল রেখার সমীকরণ :  $a_1x + b_1y + k = 0$

## অনুশীলনী-(3G)

- ❖  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়  $ax + by + c = 0$  রেখার বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি  $ax_1 + by_1 + c$  ও  $ax_2 + by_2 + c$  বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ।

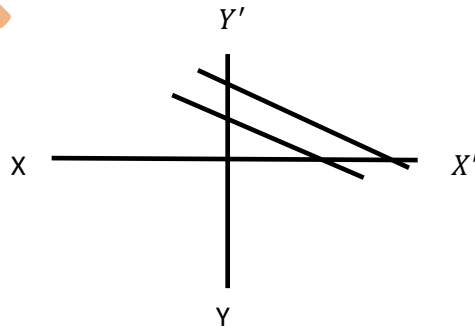


- ❖  $(x_1, y_1)$  ও  $(x_2, y_2)$  বিন্দুদ্বয়  $ax + by + c = 0$  রেখার একই পার্শ্বে অবস্থিত হবে যদি  $ax_1 + by_1 + c$  ও  $ax_2 + by_2 + c$  একই চিহ্ন বিশিষ্ট হয় ।

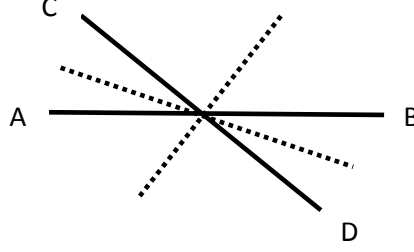


- ❖ যদি  $ax_1 + by_1 + c$  এবং  $c$  একই চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তবে,  $(0,0)$  এবং  $(x_1, y_1)$  একই পার্শ্বে অবস্থিত । আর যদি  $ax_1 + by_1 + c$  এবং  $c$  বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তবে,  $(0,0)$  এবং  $(x_1, y_1)$  বিপরীত পার্শ্বে অবস্থিত ।

- ❖ দুটি সমান্তরাল সরল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব অর্থাৎ  $ax + by + c_1 = 0$  ও  $ax + by + c_2 = 0$  সরল রেখার মধ্যবর্তী দূরত্ব  $\left| \frac{c_1 - c_2}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right|$



- ❖ দুটি সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ অর্থাৎ  $a_1x + b_1y + c_1 = 0$  ও  $a_2x + b_2y + c_2 = 0$  সরল রেখার অন্তর্ভুক্ত কোণের সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ  $\frac{a_1x+b_1y+c_1}{\sqrt{a_1^2+b_1^2}} = \pm \frac{a_2x+b_2y+c_2}{\sqrt{a_2^2+b_2^2}}$



- $4x - 4y + 3 = 0$  ও  $x + 7y - 2 = 0$  এর সমদ্বিখন্ডকের সমীকরণ  $\frac{4x-4y+3=0}{\sqrt{4^2+(-4)^2}} = \pm \frac{x+7y-2=0}{\sqrt{1^2+7^2}}$
- দুইটি সরল রেখার অন্তর্গত কোণের সমদ্বিখন্ডকদ্বয় পরস্পর লম্ব ।
- প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর  $a_1a_2 + b_1b_2 > 0$  হলে ঋণাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।
- $(4x - 4y + 3) = \pm(x + y - 2)$   
 $\Rightarrow +$  চিহ্ন নিয়ে  $3x - 5y + 5 = 0$  ,  $-$  চিহ্ন নিয়ে  $5x - 3y + 1 = 0$   
 এখানে  $a_1 = 3, a_2 = 5, b_1 = -5, b_2 = -3$   
 এখন  $a_1a_2 + b_1b_2 = 3.5 + (-5).(-3) = 30 > 0$  তাই  $-$  চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক  $5x - 3y + 1 = 0$  হচ্ছে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।
- প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর  $a_1a_2 + b_1b_2 < 0$  হলে ধনাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।
- $5(4x - 4y + 3) = \pm 4(x + y - 2)$   
 $\Rightarrow +$  চিহ্ন নিয়ে  $16x - 48y + 23 = 0$  ,  $-$  চিহ্ন নিয়ে  $24x + 8y + 7 = 0$   
 এখানে  $a_1 = 24, a_2 = 24, b_1 = -48, b_2 = 23$   
 এখন  $a_1a_2 + b_1b_2 = 24.24 + (-48).23 = -528 < 0$  তাই  $+$  চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক  $16x - 48y + 23 = 0$  হচ্ছে সূক্ষ্মকোণের সমদ্বিখন্ডক অপরটি স্থূলকোণের সমদ্বিখন্ডক ।
- প্রাপ্ত সমীকরণদ্বয়ে x এর সহগ একই চিহ্ন বিশিষ্ট করার পর  $c_1$  ও  $c_2$  একই চিহ্ন বিশিষ্ট হলে ধনাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক । আর যদি  $c_1$  ও  $c_2$  বিপরীত চিহ্ন বিশিষ্ট হয় তাহলে ঋণাত্মক চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডকটি মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক ।
- $5(4x - 4y + 3) = \pm 4(x + y - 2)$   
 $\Rightarrow +$  চিহ্ন নিয়ে  $16x - 48y + 23 = 0$  ,  $-$  চিহ্ন নিয়ে  $24x + 8y + 7 = 0$   
 এখানে  $c_1 = 23, c_2 = 7$  তাই  $+$  চিহ্ন হতে প্রাপ্ত সমদ্বিখন্ডক  $16x - 48y + 23 = 0$  হচ্ছে মূলবিন্দুধারী কোণের সমদ্বিখন্ডক ।