

উচ্চতর গণিত (সৃজনশীল)
দ্বাদশ শ্রেণি
অধ্যায় -০৭(ত্রিকোনোমিতি)

১. $2\tan^{-1}x = p$ একটি বিপরীত ত্রিকোনোমিতিক ফাংশন ।

ক. $x=1$ হলে p এর মান নির্ণয় কর ।

খ. $P = \csc^{-1} \frac{1+a^2}{2a} - \sec^{-1} \frac{1+b^2}{1-b^2}$ হলে x কে a, b এর মাধ্যমে প্রকাশ কর ।

গ. $x = \sqrt{\frac{a-b}{a+b}} \tan \frac{\theta}{2}$ হলে , দেখাও যে , $p = \cos^{-1} \frac{b+a\cos\theta}{a+b\cos\theta}$

২. $p = \sin^{-1}x + \sin^{-1}y + \sin^{-1}z$, $m = \tan^{-1}x + \tan^{-1}y + \tan^{-1}z$

ক. দেখাও যে , $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \frac{x}{y} = \frac{\sqrt{2y^2 - x^2}}{y}$

খ. $p = \pi$ হলে , দেখাও যে , $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$

গ. $m = \frac{\pi}{2}$ হলে , দেখাও যে , $xy + yz + zx = 1$

৩. দৃশ্যকল্প - ১: $\cos^{-1} \frac{x}{a} + \cos^{-1} \frac{y}{b} = \theta$, দৃশ্যকল্প - ২: $\cos \theta - \cos 7\theta = \sin 4\theta$

ক. $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} x$ এর মান নির্ণয় কর ।

খ. দৃশ্যকল্প - ১ হতে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy \cos \theta}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$

গ. দৃশ্যকল্প - ২ এ বর্ণিত সমীকরণটি সমাধান কর ।

৪. দৃশ্যকল্প - ১: $\sin(\pi \cos \theta) = \cos(\pi \sin \theta)$

দৃশ্যকল্প - ২ : $\cos x + \sin x = \cos 2x + \sin 2x$

ক. $\sin \cot^{-1} \tan \cos^{-1} \frac{3}{4}$ এর মান নির্ণয় কর ।

খ. দৃশ্যকল্প - ১ হতে প্রমাণ কর যে, $\theta = \pm \frac{1}{2} \sin^{-1} \frac{3}{4}$

গ. দৃশ্যকল্প - ২ এ বর্ণিত সমীকরণটি সমাধান কর ।

৫. $P = \tan x + \tan 2x$, $Q = \tan x \cdot \tan 2x$

ক. $\sin^{-1}x + \cos^{-1}x = \frac{\pi}{2}$ প্রমাণ কর ।

খ. $Q = 1$ হলে x এর মান নির্ণয় কর । গ. $\sqrt{3}P + Q = 1$ সমীকরণটি সমাধান কর ।

৬. $f(x) = \sin^{-1}x$, $g(x) = \cos^{-1}x$

ক. $\tan x \cdot \tan 2x = 1$ সমীকরণটি সমাধান কর ।

খ. $f(x) + f(y) + f(z) = \pi$ হলে দেখাও যে, $x\sqrt{1-x^2} + y\sqrt{1-y^2} + z\sqrt{1-z^2} = 2xyz$

গ. $g\left(\frac{x}{a}\right) + g\left(\frac{x}{b}\right) = \theta$ হলে প্রমাণ কর যে, $\frac{x^2}{a^2} - \frac{2xy \cos \theta}{ab} + \frac{y^2}{b^2} = \sin^2 \theta$

৭. $f(x) = \sin x$, $g(x) = \tan^{-1}x$

ক. দেখাও যে, $\operatorname{cosec}^2(\tan^{-1}\frac{1}{2}) - 3\sec^2(\cot^{-1}\sqrt{3}) = \sin\frac{\pi}{2}$

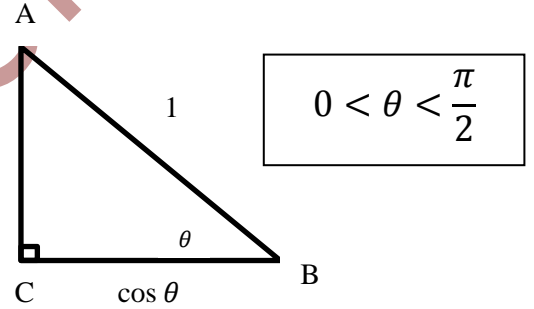
খ. $g(x) + g(y) + g(z) = \pi$ হলে দেখাও যে, $x + y + z = xyz$

গ. সমাধান কর : $f\left(\frac{\pi}{2} + \theta\right) + \sqrt{3}f(\theta) = \sqrt{2}$

৮. ক. $\sec^2(\tan^{-1}2) + \operatorname{cosec}^2(\cot^{-1}3)$ এর মান নির্ণয় কর ।

খ. $\sin(\pi \cdot BC) = \cos(\pi \cdot AC)$ হলে প্রমাণ কর যে, $\theta = \pm \frac{1}{2} \sin^{-1}\frac{3}{4}$

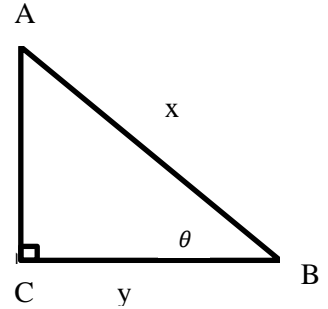
গ. $AC + BC = \sqrt{2}$ হলে θ এর মান নির্ণয় কর ।



৯. ক. $\sec^2(\tan^{-1}4) + \tan^2(\sec^{-1}3)$ এর মান নির্ণয় কর ।

খ. প্রমাণ কর যে, $\sin \cos^{-1} \tan \sec^{-1} \theta = \frac{\sqrt{2y^2-x^2}}{y}$

গ. $AC = \sqrt{5}$, $y = 2$ হলে প্রমাণ কর যে, $\sin^{-1}\frac{1}{x} + \cos^{-1}\sqrt{\frac{y}{x}} = \tan^{-1}\sqrt{y} \theta$ এর মান নির্ণয় কর



১০. $f(x) = \tan^{-1}x$

ক. $\tan^{-1}\frac{2}{3} + \sec^{-1}\frac{\sqrt{13}}{2}$ এর মান নির্ণয় কর ।

খ. প্রমাণ কর যে, $2 \tan^{-1}\left\{\csc(f(x)) - \tan\left(f\left(\frac{1}{x}\right)\right)\right\} = f(x)$

গ. সমাধান কর : $f(x+1) + f(x) + f(x-1) = f(3x)$