

উচ্চতর গণিত (সৃজনশীল)  
দ্বাদশ শ্রেণি  
অধ্যায় -০৩(জটিল সংখ্যা)

1.  $x = a + b, y = a\omega + b\omega^2, z = b\omega + a\omega^2$

ক.  $\frac{(1+i)^2}{2-3i}$  কে  $A + iB$  আকারে প্রকাশ কর ।

খ.  $x^2 + y^2 + z^2 = 6ab$  প্রমাণ কর ।

গ.  $x^3 + y^3 + z^3$  এর মান  $a$  ও  $b$  এর মাধ্যমে প্রকাশ কর ।

2.  $z = x + iy, z_1 = a + ib, z_2 = c + id$

ক.  $n \in \mathbb{Z}$  হলে  $i^{4n+3}$  এর মান নির্ণয় কর ।

খ.  $z_1 z_2 = z$  হলে, দেখাও যে,  $(a - ib)(c - id) = x - iy$

গ.  $\text{Re}(z) : \text{Im}(z) = z_1 : z_2$  হলে প্রমাণ কর যে,  $(c^2 + d^2)x^2 - 2(ac + bd)xy + (a^2 + b^2)y^2 = 0$

3.  $p = \frac{-1 + \sqrt{-3}}{2}, q = \frac{-1 - \sqrt{-3}}{2}$

ক.  $-i$  এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর ।

খ.  $(1 - p + q)(1 - q + p^4)(1 - p^4 + q^4)(1 - q^4 + p^{16})$  এর মান নির্ণয় কর ।

গ. প্রমাণ কর যে,  $p^n + q^n = 2$  যখন  $n$  এর মান 3 দ্বারা বিভাজ্য এবং  $-1$  যখন  $n$  অপর কোন পূর্ণসংখ্যা ।

4.  $y = 3 + 4i$  একটি জটিল সংখ্যা ।

ক.  $i + i^2 + i^3 + \dots + i^{24}$  এর মান নির্ণয় কর ।

খ.  $\sqrt{y}$  এর মান নির্ণয় কর ।

গ.  $y^2 + y\bar{y} + \bar{y}^2 = 11$  প্রমাণ কর ।

5.  $z_1 = -7 - 24i, z_2 = 12i + 2$

ক.  $z_1$  এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর ।

খ.  $\frac{1}{z_1}$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর ।

গ. আর্গান্ড চিত্রে  $z_1$  ও  $z_2$  কে চিহ্নিত করে এদের যোগফলের পরমমান নির্ণয় কর ।

6.  $p = \frac{5i-1}{1+i}, q = 2 - 3i$

ক.  $|3 - qi|$  নির্ণয় কর ।

খ.  $p + \bar{q}$  এর মডুলাস ও আর্গুমেন্ট নির্ণয় কর ।

গ.  $x^3 = 1$  এর জটিল মূলদ্বয়  $\omega, \omega^2$  হলে প্রমাণ কর যে,  $p\omega + q\omega^2 = -2 - 3\sqrt{3}$

7.  $z = x + iy = \sqrt[6]{p + qi}$

ক.  $i$  এর বর্গমূল নির্ণয় কর ।

খ.  $3|z - 1| = 2|z - 2|$  দ্বারা নির্দেশিত সঞ্চারণপথ নির্ণয় কর ।

গ. প্রমাণ কর যে,  $\sqrt{\frac{p}{2x} - \frac{q}{2y}} = i\sqrt{x^2 + y^2}$

8.  $P_1$  এবং  $P_2$  খাদ্যের প্রতি কিলোতে ভিটামিন A এবং C যে পরিমাণে পাওয়া যায় তা নিম্নরূপ-

খাদ্য	ভিটামিন A	ভিটামিন C	কিলো প্রতি মূল্য
$P_1$	8gm	10 gm	40 টাকা
$P_2$	12 gm	6 gm	50 টাকা
দৈনিক ন্যূনতম প্রয়োজন	32 gm	22 gm	

দৈনিক  $x$  ও  $y$  কেজি  $P_1$  এবং  $P_2$  খাদ্যের প্রয়োজন হলে মোট খরচ  $z = 40x + 50y$

ক.  $(1 + 2i)(3 + 4i)(4 + 5i)$  কে  $A + iB$  আকারে প্রকাশ কর ।

খ. সবচেয়ে কম খরচে কিভাবে ভিটামিন A ও C এর চাহিদা মেটানো যায় নির্ণয় কর ।

গ.  $x = \frac{1}{10}$  এবং  $y = \frac{\sqrt{-1}}{10}$  হলে দেখাও যে  $z^2 + z\bar{z} + \bar{z}^2 = 23$

9. দৃশ্যকল্প - ১ :  $z_1 = 1 + ix$  এবং  $z_2 = a - ib$  দুটি জটিল সংখ্যা ।

দৃশ্যকল্প - ২ :  $x + y = 10, x \geq 2, y \leq 4, x \geq 0, y \geq 0$

ক.  $z = 3 + 2i$  হলে দেখাও যে,  $z + \bar{z} = 6$

খ. দৃশ্যকল্প -২ এর শর্তগুলি ব্যবহার করে লেখচিত্রের সাহায্যে  $F = 4x + 6y$  এর সর্বনিম্ন মান নির্ণয় কর ।

গ.  $a, b \in \mathbb{R}$  এবং  $a^2 + b^2 = 1$  হলে দেখাও যে,  $\frac{z_1}{z_2} = z_2$  এর একটি বাস্তব মূল আছে ।