

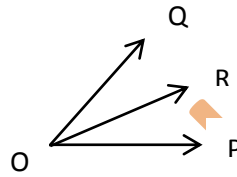
উচ্চতর গণিত (সূত্রাবলী)

দ্বাদশ শ্রেণি

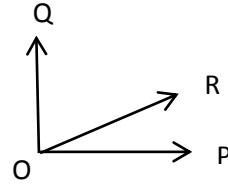
অধ্যায়-৮ঃ স্থিতিবিদ্যা

সমবিন্দুবল (অনুশীলনী -8A)

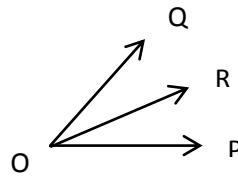
- ❖ **বল :** যা কোন বস্তুর উপর (স্থিতিশীল বা গতিশীল) ক্রিয়া করে তার অবস্থার পরিবর্তন করে বা করতে চায়, তাকে বল বলে। বল বিভিন্ন প্রকার হতে পারে, যেমনঃ চাপ, টান, ঘর্ষণ, আকর্ষণ, বিকর্ষণ, ওজন ইত্যাদি।
- ❖ **সমবিন্দুবল :** বস্তুর উপর কোন বিন্দুতে একই সময়ে একাধিক বল ক্রিয়া করলে, তাদেরকে সমবিন্দু বল বলে।
- ❖ **লব্ধি:** কোন কণার উপর একই সময়ে একাধিক বল ক্রিয়া করলে তাদের মিলিত ক্রিয়াফল যদি ঐ কণার উপর কোন নির্দিষ্ট দিকে একটি মাত্র বলের ক্রিয়াফলের সমান হয়, তবে ঐ বলকে তাদের লব্ধি বলে। লব্ধি $R = P + Q$



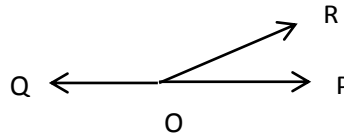
- ❖ **অংশক বা উপাংশ :** ঐ একাধিক বলের প্রত্যেকটিকে তাদের লব্ধির অংশক বা উপাংশ বলে। এখানে P,Q হচ্ছে অংশক।
- ❖ **লম্বাংশ :** কোন বলের উপাংশ গুলি পরস্পর লম্ব হলে তাদেরকে লম্বাংশ বলে।
 - বলের লম্বাংশ কেবল দু'টি হতে পারে, একটি অনুভূমিক লম্বাংশ (P) এবং অপরটি উলম্ব লম্বাংশ(Q)।



***** (১) একই দিকে কার্যরত দুটি বলের লব্ধি, বল দুটির সমষ্টির সমান। লব্ধি $R = P + Q$



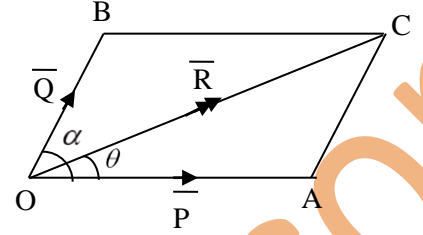
****(২) একই রেখায় বিপরীত দিকে কার্যরত দুটি বলের লব্ধি, বল দুটির অন্তরফলের সমান এবং লব্ধির দিক বৃহত্তম বলের দিকে হবে। লব্ধি $R = P - Q$



****(৩) সমবিন্দু এবং ভিন্ন রেখায় কার্যরত দুটি বলের লব্ধি, বলের সামান্তরিক সূত্রের সাহায্যে নির্ণয় করা হয়।

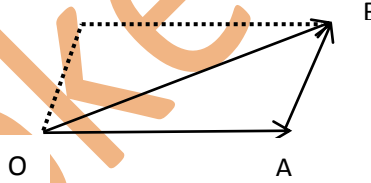
❖ **বলের সামান্তরিক সূত্র :** কোন সামান্তরিকের দু'টি সন্নিহিত বাহু দ্বারা যদি কোন বিন্দুতে একই সময়ে ক্রিয়ারত দুটি বলের মান ও দিক সূচিত করা যায়, তবে ঐ সামান্তরিকের উক্ত বাহুদ্বয়ের ছেদবিন্দুগামী কর্ণ দ্বারা বলদ্বয়ের লব্ধি মানে ও দিকে সূচিত হবে।

- পরস্পর α কোণে ক্রিয়ারত দুটি বলের লব্ধির মান ও দিক --
- $R = \sqrt{P^2 + Q^2 + 2PQ \cos \alpha}$, যাহা লব্ধির মান নির্দেশ করে।
- $\theta = \tan^{-1} \left(\frac{Q \sin \alpha}{P + Q \cos \alpha} \right)$, যাহা লব্ধির দিক নির্দেশ করে।



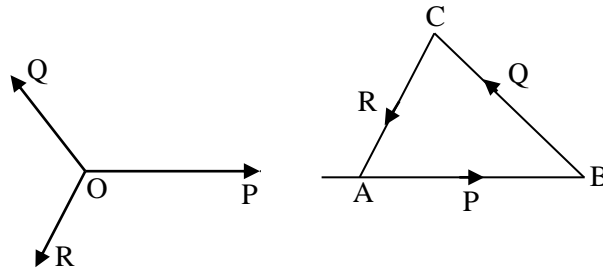
- একই সরল রেখায় একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি সমান বলের লব্ধি শূন্য। অর্থাৎ বল দ্বয়ের কোন প্রভাব বস্তু কণার উপর পড়েনা। $\alpha = 180$ এবং $P = Q$ হলে $R = 0$
- একই সরল রেখায় একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি অসমান বল একই দিকে ক্রিয়া করলে লব্ধি বলগুলোর যোগফলের সমান। $\alpha = 0$ হলে $R = P + Q$
- একই সরল রেখায় একই বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুইটি অসমান বল বিপরীত দিকে ক্রিয়া করলে লব্ধি বলগুলোর বিয়োগফলের সমান। $\alpha = 180$ হলে $R = P - Q$
- কোন বিন্দুতে ক্রিয়াশীল দুটি সমান বলের লব্ধি বলদ্বয়ের অন্তর্গত কোণকে সমদ্বিখন্ডিত করবে। অর্থাৎ $\theta = \frac{\alpha}{2}$ হবে।

❖ **বলের ত্রিভুজ সূত্র :** একই বিন্দুতে ক্রিয়ারত দুটি বলের মান ও দিক যদি কোন ত্রিভুজের দুটি বাহু দ্বারা সূচিত করা যায়, তবে বল দুটির লব্ধির মান ও দিক ত্রিভুজের তৃতীয় বাহু দ্বারা সূচিত হবে।

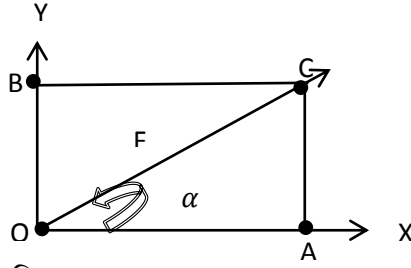


অর্থাৎ $OA + AB = OB$

- এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বলের মান ও দিক যদি একইক্রমে কোন ত্রিভুজের তিনটি বাহু দ্বারা সূচিত করা যায়, তবে তারা সাম্যাবস্থায় থাকবে। $\vec{P} + \vec{Q} + \vec{R} = 0$ অর্থাৎ, $\vec{AB} + \vec{BC} + \vec{CA} = 0$

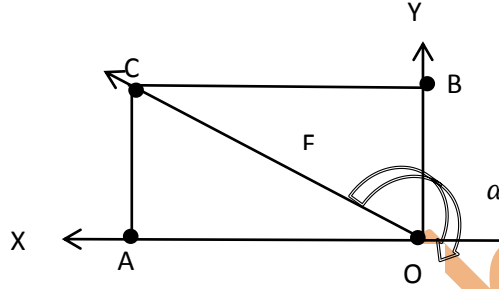


❖ বলের লম্বাংশ :



$OA = OC \cos\alpha = F \cos\alpha$ (অনুভূমিক হলে $\cos\alpha$ হবে)

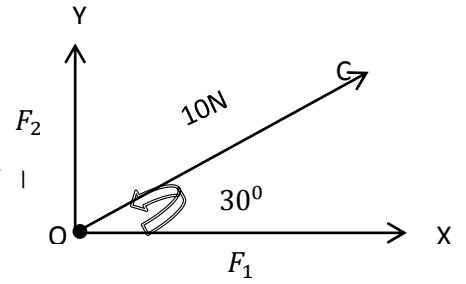
$OB = OC \sin\alpha = F \sin\alpha$ (উলম্ব হলে $\sin\alpha$ হবে)



$OA = - OC \cos\alpha = - F \cos\alpha$ [X অক্ষের (-) দিকে]

$OB = OC \sin\alpha = F \sin\alpha$

উদাহরণ : চিত্র হতে পরস্পর লম্ব দিকে 10N বলের অনুভূমিক ও উলম্ব উপাংশ নির্ণয় কর ।

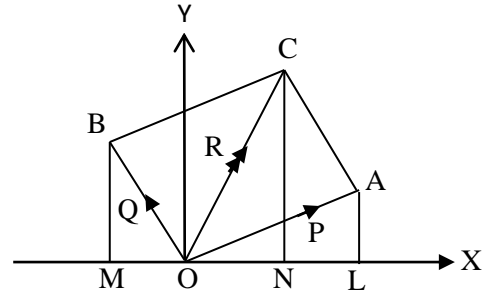
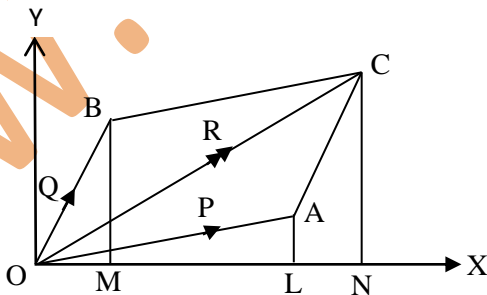


$F_1 = 10 \cos 30^\circ$

$F_2 = 10 \sin 30^\circ$

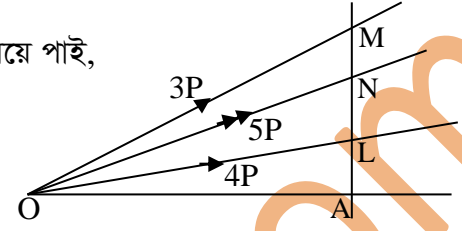
❖ লম্বাংশের উপপাদ্য: কোন নির্দিষ্ট দিকে দু'টি বলের লম্বাংশের বীজগণিতীয় যোগফল, ঐ একই দিকে এদের

লব্ধির লম্বাংশের সমান ।



- যদি P,Q ও তাদের লব্ধি R,OX এর সাথে যথাক্রমে α, β ও θ কোণ উৎপন্ন করে তবে উপরোক্ত সূত্রানুসারে $P \cos\alpha + Q \cos\beta = R \cos\theta$ এবং OX এর লম্ব বরাবর $P \sin\alpha + Q \sin\beta = R \sin\theta$ পাওয়া যাবে ।
- একই বিন্দুতে ক্রিয়রত দুই এর অধিক একতলীয় বলের ক্ষেত্রেও এই উপপাদ্য সত্য ।

- ❖ মনেকরি, $4P$ ও $3P$ বলদুটি যথাক্রমে OL ও OM বরাবর এবং তাদের লব্ধি $5P$, ON বরাবর ক্রিয়া করে। একটি ছেদক বলগুলির ক্রিয়া রেখাকে যথাক্রমে L, M, N বিন্দুতে ছেদ করে। ধরি, OA রেখাটি ছেদক-এর উপর লম্ব। এখন, OA বরাবর বলগুলির লম্বাংশ নিয়ে পাই,
 $4P \cdot \cos LOA + 3P \cos MOA = 5P \cos NOA$

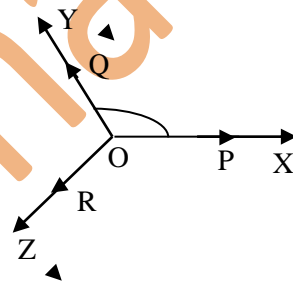


অনুশীলনী -8B

- ❖ লামীর উপপাদ্য : এক বিন্দুতে ক্রিয়ারত তিনটি বল সাম্যাবস্থায় থাকলে, তাদের প্রত্যেকটির মান অপর দুটির অন্তর্গত কোণের সাইনের সমানুপাতিক।

- O বিন্দুতে OX, OY, OZ বরাবর ক্রিয়ারত $\vec{P}, \vec{Q}, \vec{R}$ বল তিনটি সাম্যাবস্থায় আছে। তাহলে

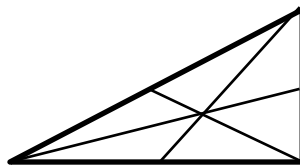
$$\frac{P}{\sin Q \wedge R} = \frac{Q}{\sin R \wedge P} = \frac{R}{\sin P \wedge Q}$$



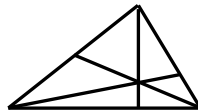
- অন্ত:কেন্দ্র: ত্রিভুজের অন্ত:স্থ কোণত্রয়ের সমদ্বিখন্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের অন্ত:কেন্দ্র বলে। ABC ত্রিভুজের অন্ত:কেন্দ্র I ।



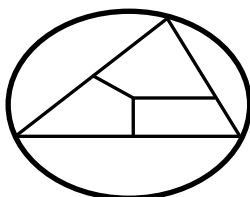
- ভরকেন্দ্র: ত্রিভুজের মধ্যমাত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র বলে। ABC ত্রিভুজের ভরকেন্দ্র I ।



- লম্বকেন্দ্র: ত্রিভুজের শীর্ষ বিন্দুত্রয় হতে বিপরীত বাহুর উপর অঙ্কিত লম্বত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র বলে। ABC ত্রিভুজের লম্বকেন্দ্র I ।

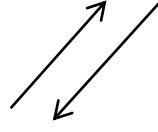


- পরিকেন্দ্র: ত্রিভুজের বাহুত্রয়ের লম্বসমদ্বিখন্ডকত্রয়ের ছেদবিন্দুকে ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র বলে। ABC ত্রিভুজের পরিকেন্দ্র I ।

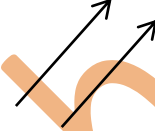


অনুশীলনী -8C

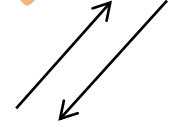
❖ সমান্তরাল বল: দুই বা ততোধিক বলের ক্রিয়ারেখা পরস্পর সমান্তরাল হলে, তাদেরকে সমান্তরাল বল বলে।



❖ সদৃশ বা সমমুখী সমান্তরাল বল : দুটি সমান্তরাল বল একই দিকে ক্রিয়ারত হলে, তাদেরকে সদৃশ বা সমমুখী সমান্তরাল বল বলে।

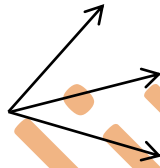


❖ অসদৃশ বা বিসদৃশ সমান্তরাল বল : দুটি সমান্তরাল বল পরস্পর বিপরীত দিকে ক্রিয়ারত হলে, তাদেরকে অসদৃশ বা বিসদৃশ সমান্তরাল বল বলে। দুটি সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি তাদের সমষ্টির সমান।



● দুটি অসদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি তাদের অন্তরফলের সমান এবং লব্ধির দিক বৃহত্তম বলের দিকে।

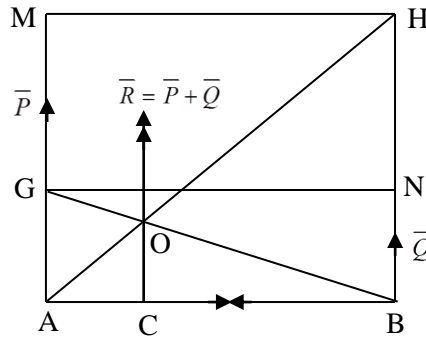
❖ অসমান্তরাল বল :



❖ দু'টি সদৃশ সমান্তরাল বলের লব্ধি ও এর প্রয়োগ বিন্দু ---

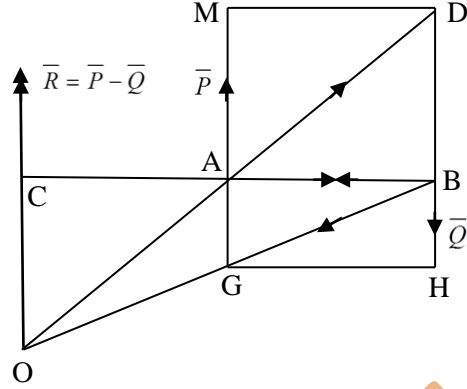
P ও Q সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি \bar{R} , C বিন্দুতে CO বরাবর ক্রিয়াশীল হবে এবং $P.AC = Q.BC$

$$\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{Q}{P}$$



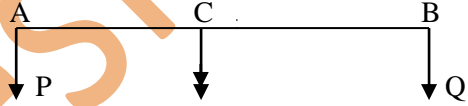
❖ দু'টি অসদৃশ (বা, বিসদৃশ) অসমান সমান্তরাল বলের লব্ধির মান, দিক এবং এর প্রয়োগ বিন্দু ---

P ও Q অসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয়ের লব্ধি \bar{R} , C বিন্দুতে OC বরাবর ক্রিয়াশীল হবে এবং $P.AC = Q.BC$
 $\Rightarrow \frac{AC}{BC} = \frac{Q}{P}$



- মনেকরি P ও Q সদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত এবং ইহাদের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়ারত।

\therefore আমরা পাই, $P.AC = Q.BC$



- মনেকরি P ও Q অসদৃশ সমান্তরাল বলদ্বয় যথাক্রমে A ও B বিন্দুতে ক্রিয়ারত এবং ইহাদের লব্ধি C বিন্দুতে ক্রিয়ারত।

\therefore আমরা পাই, $P.AC = Q.BC$

